

$$\sum \tau = 0$$

$$m_A g (x_{CM} - x_A) - m_B g (x_B - x_{CM}) = 0$$

$$m_A g (x_{CM} - x_A) = m_B g (x_B - x_{CM})$$

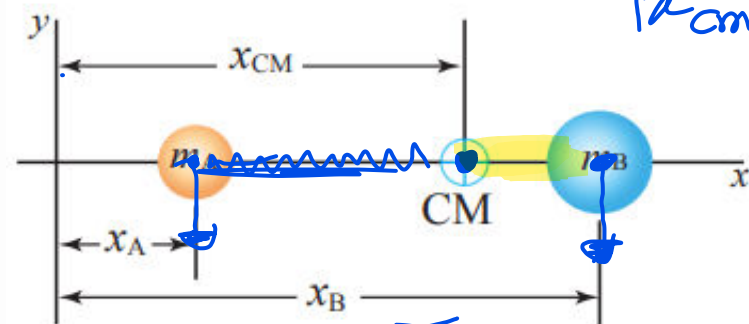
$$m_A x_{CM} - m_A x_A = m_B x_B - m_B x_{CM}$$

$$x_{CM} m_A + m_B x_{CM} = m_B x_B + m_A x_A$$

$$x_{CM} = \frac{m_B x_B + m_A x_A}{m_A + m_B}$$

$$\sum \tau = 0$$

أفكر: يكون العزم المحصل لجسيمات نظام حول مركز كتلته يساوي صفرًا. كيف يمكنني استخدام هذه الطريقة لتحديد الإحداثي (x_{CM}) لمركز كتلة النظام الموضح في الشكل (16)؟
أناقش أفراد مجموعتي، وأستخدم مصادر المعرفة المتاحة للتوصل إلى إجابة عن السؤال.

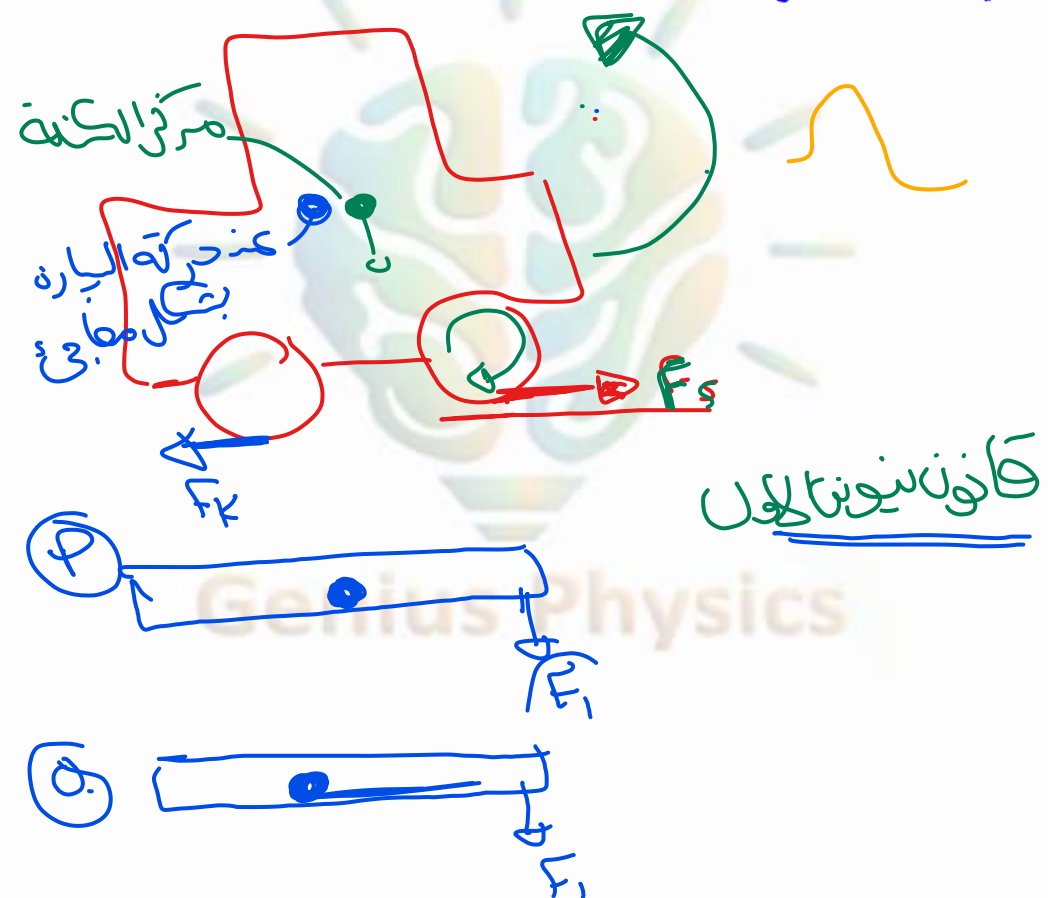


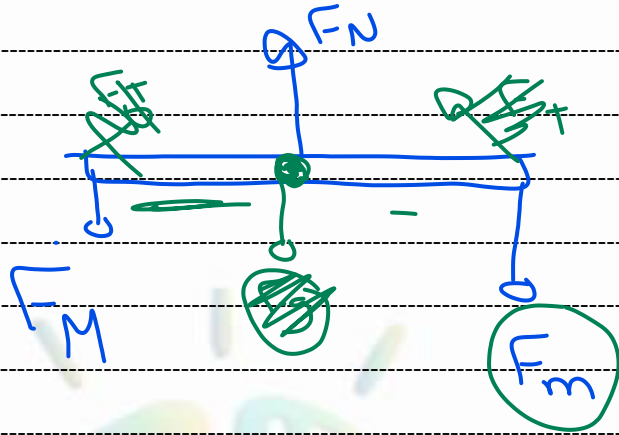
$$x_{CM} = \frac{m_1 x_A + m_2 x_B}{m_1 + m_2}$$

مركز الكتلة لجسمين مختلفين في الكتلة يقعان على محور x هو (x_{CM}) ، يكون أقرب للكتلة الأكبر.

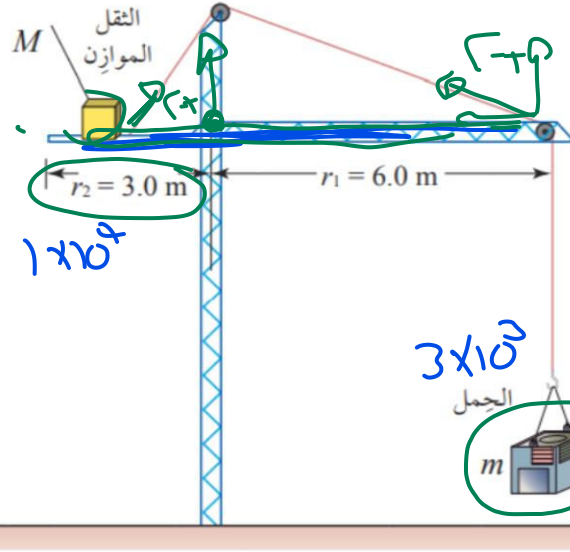
9. التفكير الناقد: عند انطلاق سيارة بشكل مفاجئ ترتفع مقدمتها إلى أعلى. أفسّر ذلك.

9. تؤثر قوة الاحتكاك السكوني بين إطارات السيارة وسطح الطريق بقوة إلى الأمام لتحريك السيارة، ويكون مركز كتلة السيارة عند نقطة في مستوى فوق مستوى سطح الطريق، لذا يوجد عزم محصل يعمل على تدوير السيارة بحيث ترتفع مقدمتها.





15. تستخدم بعض أنواع الرافعات لرفع الأثقال الكبيرة (الأحمال) إلى أعالي الأبراج والبنيات العالية. ويجب أن يكون العزم المُحصّل المؤثر في هذه الرافعة صفرًا؛ كي لا يوجد عزم مُحصّل يعمل على إمالتها وسقوطها؛ لذا يوجد ثقل موازن M على الرافعة لتحقيق اتزانها، حيث يُحرّك عادةً هذا الثقل تلقائيًا (بشكل أوتوماتيكي) عبر أجهزة استشعار



ومحرّكات لموازنة الحمل بدقة. يبيّن الشكل المجاور رافعةً في موقع بناءٍ ترفع حِملاً مقداره $(3.0 \times 10^3 \text{ kg})$ ، ومقدار الثقل الموازن $(1.0 \times 10^4 \text{ kg})$. أَسْتَعِينُ بالشكل والبيانات المثبتة فيه للإجابة عما يأتي مهملاً كتلة الرافعة؛ علماً أن الرافعة متزنة أفقيًا.

- أ. أحدّد موقع الثقل الموازن عندما يكون الحمل مرفوعاً عن الأرض وفي حالة اتزانٍ سكونيٍّ.
- ب. أحدّد مقدار أكبر كتلة يُمكن أن تحملها الرافعة عندما يكون موقع الثقل الموازن عند طرفها.

البركة

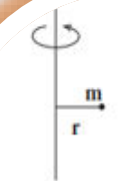
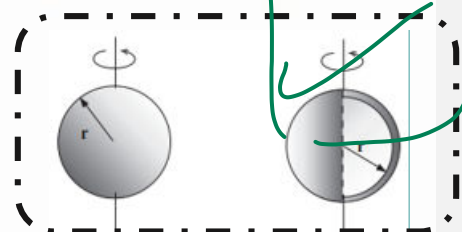
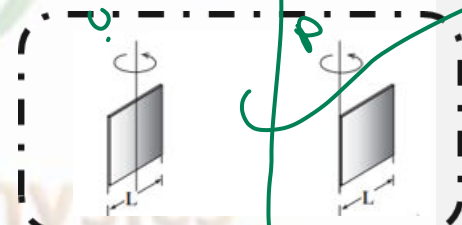
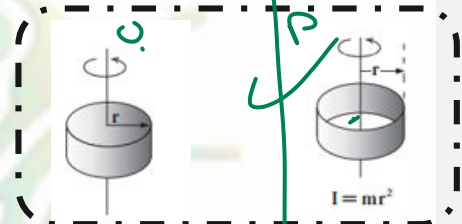
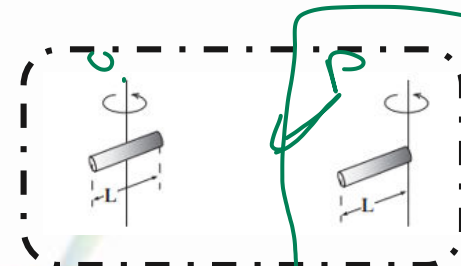




حدد اي الاشكال التالية تمتلك اكبر عزم قصور ذاتي ؟

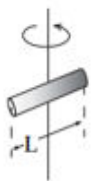
$$mr^2$$

كوكب



$$I = mr^2$$

(1) كتلة نقطية



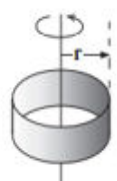
$$I = \frac{1}{12} mL^2$$

(2) عصا رقيقة



$$I = \frac{1}{3} mL^2$$

(3) عصا رقيقة



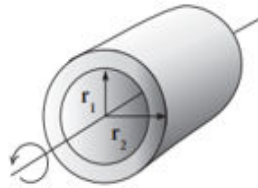
$$I = mr^2$$

(4) قشرة أو حلقة
أسطوانية رقيقة



$$I = \frac{1}{2} mr^2$$

(5) أسطوانة حلقة
أو قرص صلب



$$I = \frac{1}{2} m(r_1^2 + r_2^2)$$

(6) أسطوانة حلقة



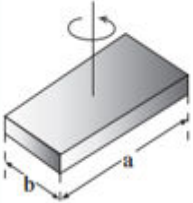
$$I = \frac{2}{5} mr^2$$

(7) كرة صلبة



$$I = \frac{2}{3} mr^2$$

(8) قشرة كروية
رقيقة



$$I = \frac{1}{12} m(a^2 + b^2)$$

(9) لوحة مستطيلة



$$I = \frac{1}{12} mL^2$$

(10) صفيحة مستطيلة رقيقة



$$I = \frac{1}{3} mL^2$$

(11) صفيحة مستطيلة رقيقة

سؤال:

أحسب القصور الذاتي الدوراني للنظام المؤلف من كرتين من الحديد متماثلتين كتلة الواحدة منهما $m = (5) \text{ kg}$ ونصف قطرها $r = (5) \text{ cm}$ مثبتتين على طرفي عصا كتلتها $m = (2) \text{ kg}$ وطولها L المسافة بين مركزي كتلة الكرتين تساوي $(2) \text{ m}$ ، يدور النظام حول محور عمودي يمر بنقطة الوسط للعصا كما هو موضح في الشكل (73). علماً أن مقدار القصور الذاتي الدوراني لكل من الأجسام الثلاثة حول محور يمر بمركز ثقل كل منهما يساوي:

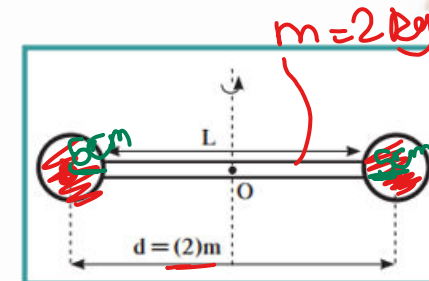
$$I_{\text{sphere}} = \frac{2}{5} mr^2 \text{ للكرة بالنسبة إلى محور يمر بمركز ثقلها}$$

$$I_{\text{rod}} = \frac{1}{12} mL^2 \text{ للعصا بالنسبة إلى محور يمر بمركز ثقلها}$$

$$I_{\text{total}} = 2I_{\text{sphere}} + I_{\text{rod}}$$

$$I = 2 \left(\frac{2}{5} mr^2 \right) + \frac{1}{12} mL^2$$

$$I = \frac{1}{12} mL^2 = \frac{1}{12} \times 2 \times (1.9)^2 = \frac{1}{6} \times 3.6 = 0.6$$

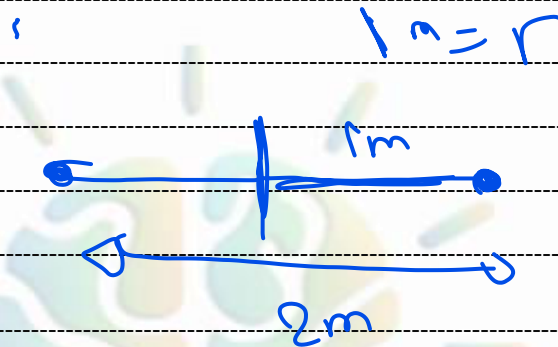


$$m = 5 \text{ kg}$$

$$r = 5 \text{ cm}$$

$$d = 2.00 \text{ m}$$

$$L = 1.9 \text{ m}$$



سؤال: في أي مكان يجب أن تُركل كرة القدم لتنتقل خلال الهواء من دون أن تنقلب من جانب إلى آخر؟

نفوة خط عليها
يعبر بمركز الكتلة بحيث نأخذ العزم المنفوة
يساوي هن

$$2r = 1.5m$$

$$m = 4kg$$

$$F = 6N$$

$$W = 0$$

$$\Delta t = 5$$

سؤال:

$$I = mr^2$$

تدور عجلة دراجة قطرها $1.5m$ وكتلتها $m = (4)kg$ مركزاً على سطح العجلة الخارجي حول مركز كتلتها تحت تأثير عزم قوة مماسية مقدارها $F = (6)N$. تنطلق حركة دوران هذه العجلة من السكون في $t = (0)s$. أحسب عدد الدورات التي تكملها العجلة في $\Delta t = (5)s$.

$$\Delta \theta = 2\pi \times \text{عدد الدورات}$$

$$\Delta \theta = (\omega_f - \omega_i) \Delta t$$

$$\Delta \theta = (10 - 0) 5$$

$$\Delta \theta = 50 \text{ rad}$$

عدد الدورات

$$50 = 2\pi \times \text{عدد الدورات}$$

$$50 = 2\pi \times \frac{50}{2\pi} = 25$$

$$= 3.9 \text{ rev}$$

$$\omega_f = \omega_i + \alpha t$$

$$\alpha = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$$

$$\Sigma \tau = I \alpha$$

$$F r = m r^2 \alpha$$

$$6 = 4 \times 1.5 \alpha$$

$$6 = 3 \alpha$$

$$\alpha = 2 \text{ rad/s}^2$$

$$\alpha = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$$

$$\omega_f = 2 \times 5 = 10 \text{ rad/s}$$

m.

سؤال: أحسب القصور الذاتي الدوراني لأسطوانة مصمتة كتلتها $3kg$ وقطرها $20cm$ وتندرج على منجدر.

$$I_0 = \frac{1}{2} m r^2$$

$$r = 20cm$$

$$\frac{1}{2} \times 3 \times (10 \times 10^{-2})^2$$

$$= 1.5 \times 10^{-2} \text{ kgm}^2$$

سؤال: تملك كرتان الكتلة نفسها والقطر نفسه، ولكن واحدة منهما مصمتة والأخرى مجوفة تتركز كتلتها على سطحها. هل تملك

هاتان الكرتان القصور الذاتي الدوراني نفسه عندما تدوران حول محور يمر بمركز كتلتهما؟ لماذا؟



لا، لأن توزيع الكتلة يختلف حول المحور.

1- محور الدوران:

2- توزيع الكتلة:

حول محور الدوران

سؤال: اشرح لماذا حاصل جمع العزوم المؤثرة في جسم يدور بسرعة زاوية ثابتة يساوي صفراً.

$$\omega_f = \omega_i$$

$$\alpha = 0$$

انتهائي

الآن الزاوية ثابتة

$$\Sigma \tau = I \alpha$$

محور

$$\Sigma \tau = 0$$

$$\Sigma \tau = 0$$

سؤال:

بركة

يدور برغي حول محور يمر بمركز كتلته بـ 3600 rev/min . وفي لحظة $t = 0$ s يؤثر عليه عزم الازدواج ثابت بعكس اتجاه الدوران يؤدي إلى توقفه عن الدوران بعد دقيقة واحدة. علماً أن القصور الذاتي الدوراني له يساوي $I = 0.2 \text{ kg.m}^2$ ، أحسب:

(أ) عزم الدوران الذي أدى إلى توقفه.

(ب) عدد الدورات التي أكملها البرغي من لحظة تأثير الازدواج حتى توقفه.

$$\omega_i = 3600 \frac{\text{rev}}{\text{min}} \times \frac{2\pi}{60} \times \frac{1}{\text{min}} = 120\pi \text{ rad/s}$$

$$\omega_f = 0$$

$$\Delta t = 60 \text{ s} \quad I = 0.2 \text{ kg.m}^2$$

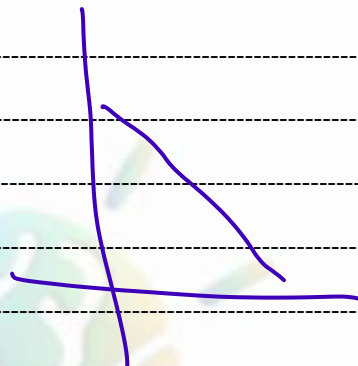
$$\Sigma \tau = \frac{dL}{dt} = r F \sin \theta = I \alpha$$

$$\Sigma \tau = 2 \times (0 - 120\pi) = -240\pi \text{ N.m}$$

عزم الدوران

$$\Delta \theta = 2\pi \times \text{الدورات}$$

$$\alpha =$$



$$\omega_f^2 = \omega_i^2 + 2\alpha \Delta \theta$$

$$\Delta \theta = \omega_i t + \frac{1}{2} \alpha t^2$$

$$\theta = 3600 \pi$$

$$1800 \text{ rev}$$

سؤال: يقف ولد كتلته $m = (45) \text{ kg}$ على حافة منصدة دوّارة كتلتها $m' = (200) \text{ kg}$ ونصف قطرها $(3) \text{ m}$. تدور هذه المنصدة بسرعة زاوية ثابتة مقدارها $(4) \text{ rad/s}$.

$$m = 45 \text{ kg}$$

$$I = mr^2 \text{ للجسم}$$

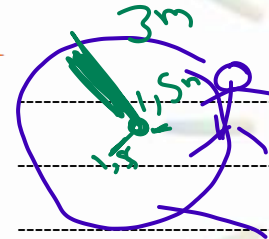
$$I = \frac{1}{2} m \cdot r^2 \text{ للقرص}$$

أحسب السرعة الزاوية للمنصدة الدوّارة حين يقف الولد على بعد $(1.5) \text{ m}$ من محور المنصدة.

$$\omega_i - \omega_f = 4 \text{ rad/s}$$

$$\alpha = 0$$

$$\sum \tau = 0$$



$$m' = 200 \text{ kg}$$

$$r = 3 \text{ m}$$

$$I_i = I_{\text{منصدة}} + \frac{I}{r^2}$$

$$I_f = I_{\text{منصدة}} + \frac{I}{r^2}$$

$$5.2 \text{ rad/s}$$

$$\sum \tau = \frac{\Delta L}{\Delta t} = 0$$

$$\Delta L = 0$$

$$L_f = L_i$$

$$I_f \omega_f = I_i \omega_i$$

سؤال: إذا كانت المترلّجة على الجليد التي تدور مغزلياً تشني ذراعيها كي تُقلّل عزم قصورها الذاتي الدوراني إلى النصف، فبأيّ قدر يزداد معدّل دورانها المغزلي؟

$$I_f = \frac{1}{2} I_i$$

$$\Delta L = 0$$

$$I_i \omega_i = I_f \omega_f$$

$$I_i \omega_i = \frac{1}{2} I_i \omega_f$$

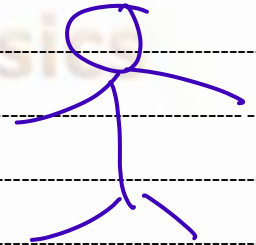
سوف تزداد سرعتها
بألى الكف

$$\omega_f = 2\omega_i$$

عزمها الزاوي

سؤال: ماذا يحدث لكمّية الحركة الزاوية للاعب الجمباز عندما يغيّر ترتيب جسمه أثناء شقلبته؟ وماذا يحدث لمدّته الزاوية؟

نقص



سؤال:

كتلتان لهما القصور الذاتي الدوراني نفسه $I = (4 \times 10^{-3}) \text{ kg.m}^2$ تدوران حول محور،
تدور الأولى بسرعة زاوية تساوي $(5) \text{ rad/s}$ بالاتجاه الموجب، بينما تدور الثانية بالاتجاه

المعاكس بسرعة زاوية تساوي $(8) \text{ rad/s}$. أحسب:

(أ) كمية الحركة الزاوية لكل من الكتلتين.

(ب) كمية الحركة الزاوية للنظام.

$$I_1 = 4 \times 10^{-3} = I_2$$

$$\omega_1 = 5 \text{ rad/s}$$

$$\omega_2 = -8 \text{ rad/s}$$

$$L = I_1 \omega_1$$

$$L_2 = I_2 \omega_2$$

$$20 \times 10^{-3} \text{ kg.m}^2$$

$$L_2 = -32 \times 10^{-3} \text{ kg.m}^2$$

$$L_{\text{النظام}} = L_1 + L_2$$

سؤال:

عند دوران كرة من الغاز في الفضاء، تنكمش بسبب الجاذبية. أحسب السرعة الزاوية لكرة الغاز
عندما تنكمش لتقلل قصورها الذاتي الدوراني إلى العشر $\frac{1}{10}$.

$$\Sigma \tau = 0$$



$$I_i = I$$

$$I_f = \frac{I_i}{10} = \frac{I}{10}$$

$$\omega_f = 10 \omega_i$$

$$\Sigma F = 0$$

$$\Sigma \tau = 0$$

$$\Sigma \tau = \frac{\Delta L}{\Delta t}$$

$$\Delta L = 0$$

$$L_f = L_i$$

$$I = ??$$

$$\Sigma \tau = I \alpha = \frac{DL}{Dt} - r \times F$$

$$50 = I \frac{D\omega}{Dt}$$

$$\alpha = \frac{D\omega}{Dt} = \frac{0 - 50}{80}$$

$$50 = I \frac{D\theta}{Dt^2}$$

$$50 = I \frac{100}{4}$$

$$\frac{20}{10} = I =$$

$$I = 2 \text{ kg m}^2$$

$$\Sigma \tau = I \alpha = \frac{DL}{Dt}$$

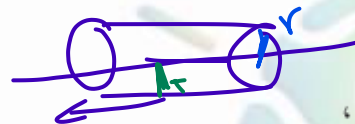
$$50 = 2 \times \alpha$$

$$2 \times \frac{5}{8} = \frac{5}{4} = 1.25 \text{ rad/s}^2$$

سؤال:

(أ) أحسب عزم قوة الدوران الناتج عن تأثير قوة عمودية مقدارها (50)N عند نهاية مفتاح ربط طوله (0.2)m.

(ب) أحسب عزم قوة الدوران الناتج عن القوة (50)N نفسها عند وصل أنبوبة بمفتاح الربط بحيث يصبح الطول (0.5)m.



سؤال:

تخضع أسطوانة إلى حاصل جمع عزوم مقدارها (50)N.m، فتدور حول مركز ثقلها وتتغير إزاحتها الزاوية من صفر إلى (100)rad في خلال (2)s، وتقف بعد هذا الوقت هذه الأسطوانة بفعل عزم قوة الاحتكاك فقط فتستغرق عودتها إلى السكون (80)s. (أ) أحسب القصور الذاتي الدوراني لهذه الأسطوانة. (ب) أحسب مقدار عزم قوى الاحتكاك.

$$\Sigma \tau = 50 \text{ N.m}$$

$$D\theta = 100 \text{ rad}$$

$$\Delta t = 2 \text{ s}$$

$$\Sigma \tau = 50 \text{ N.m}$$

$$\frac{D\theta}{Dt} = \frac{100}{2} = 50 \text{ rad/s}$$

$$\text{N.m}$$

$$\text{كردية لا سار}$$

سؤال:

يُعلّق وعاء للزهور كتلته 60 kg بحبل عديم الكتلة، ثم يمرّ هذا الحبل في تجويف لبكرة قطرها $(0.60)\text{ m}$ كما هو موضّح في الشكل التالي:
أحسب العزم الناتج عن وزن الوعاء بالنسبة إلى محور البكرة.

